

LENKIAMŪJŲ PLIENO PLAUŠŲ ARMUOTŲ BETONINIŲ ELEMENTŲ
LIEKAMOJO STIPRIO NUSTATYMASAdas Meškėnas¹, Arvydas Rimkus²

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

El. paštas: ¹Adas.Meskenas@vgtu.lt; ²Arvydas_Rimkus@yahoo.com

Santrauka. Dispersiškai armuotas betonai vis dažniau naudojamas statybos pramonėje, deja, platesnį šios medžiagos taikymą riboja visiems priimtini ir patikimų projektavimo normų stoka. Pagrindinė to priežastis – sudėtingas supleišėjusio dispersiškai armuoto tempiamojo betono elgseną apibūdinančio parametro, t. y. liekamųjų įtempių, nustatymas. Liekamieji įtempiai nusako elemento įtempius plyšyje, kuriuos plyšį varžantis plieno plaušas perduoda betonui.

Šiame straipsnyje nagrinėjami plieno plaušu armuoti lenkiamieji betoniniai elementai. Aptarti dažniausiai naudojami supleišėjusio tempiamojo dispersiškai armuoto betono elgseną aprašantys modeliai. Pasiūlytas alternatyvus liekamųjų įtempių nustatymo būdas, naudojant standartinių sijų bandymų rezultatus. Nagrinėtų skaičiavimo modelių adekvatumas tikrintas baigtiųjų elementų programa ATENA. Apskaičiuotos sijų apkrovos ir plyšio pločio priklausomybės palygintos su eksperimentinėmis, gautomis lenkiant plieno plaušu armuotas sijas viena koncentruota apkrova.

Reikšminiai žodžiai: liekamieji įtempiai, plieno plaušu armuotas betonai, lenkiamieji elementai, plyšio plotis.

Įvadas

Paskutiniiais dešimtmečiais dispersinis armavimas tampa vis plačiau taikomas priedas betono ir cementinio skiedinio mišiniam, naudojamiems statybinių konstrukcijų gamybai. Plieno plaušo taikymas žymiai pagerina eksploatacines betono kaip medžiagos savybes. Jis neturi didesnės įtakos gniuždomajam betono stipriui, tačiau lemia visiškai kitokią tempiamojo betono suirimo pobūdį. Nearmuoto tempiamojo betono suirimas yra trapus, o dispersiškai armuoto – plastinis.

Skirtingai nuo įprastojo, dispersiškai armuoto betono mechaninei elgsenai aprašyti nepakanka nustatyti tik gniuždomąjį stiprį. Lemiamą charakteristiką šiuo atveju tampa tempiamojo betono liekamojo stiprio reikšmė. Liekamasis stipris apibūdina supleišėjusio elemento elgseną ir nusako įtempius plyšyje, kuriuos plyšį varžantis plieno plaušas perduoda betonui. Supleišėjusio tempiamojo dispersiškai armuoto betono tiksliam mechaninės elgsenos aprašymui nepakanka žinoti vidutinių ar apytikslų įtempių plyšyje reikšmių. Būtina nustatyti liekamųjų įtempių dydį bet kurio plyšio vėrimosi momentu. Dėl chaotiško plaušo pasklidimo elemente bei sudėtingos betono ir plaušo sąveikos iki šiol nėra pasiūlyta patikimo dispersiškai armuoto betono elgseną aprašančio modelio (di Prisco *et al.* 2009; Jansson 2011; Vandewalle 2000).

Šiame darbe tiriama dispersiškai armuoto betono liekamųjų įtempių ir plyšio pločio priklausomybė. Laikant

plieno plaušu armuotą betoną vienalyte medžiaga ir taikant lenkimo viena koncentruota apkrova eksperimentinius duomenis, pasiūlytas paprastas būdas liekamiesiems įtempiams nustatyti.

Dispersiškai armuotų elementų liekamųjų
įtempių modeliai

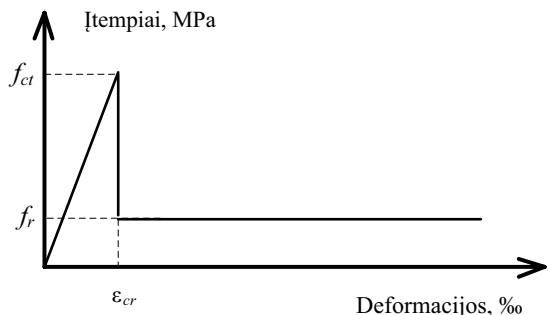
Supleišėjusio plieno plaušu armuoto tempiamojo betono liekamiesiems įtempiams nustatyti dažniausiai naudojama supaprastinta Naaman (2003) analitinė išraiška arba Rilem TC162-TDF (Rilem 2003) metodas, paremtas standartinių sijų bandymų duomenimis.

Taikant Naaman siūlomą empirinį metodą, liekamųjų įtempių reikšmė (žr. 1 formulę) tiesiogiai priklauso nuo plieno plaušo kiekio ir geometrinių parametrų (žr. 2 formulę), plaušo ir betono vidutinių sukibimo įtempių τ bei koeficientų, įvertinančių plaušo inkaravimo ilgį (λ_1), plaušo orientaciją plyšyje (λ_2) bei plaušo tarpusavio sąveiką (λ_3) (Campione 2008).

$$f_r = \lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3 \cdot \tau \cdot V_f \cdot \frac{l_f}{b_f} \cdot \beta, \quad (1)$$

čia V_f – plieno plaušo tūrio dalis betone; β – plaušo ir betono sukibimą apibūdinantis koeficientas; l_f ir b_f – atitinkamai plieno plaušo ilgis ir skersmuo.

Taikant šią išraišką gaunama pastovi liekamųjų įtempių reikšmė bet kuriame plyšio formavimosi ar elemento deformavimosi etape (1 pav.).



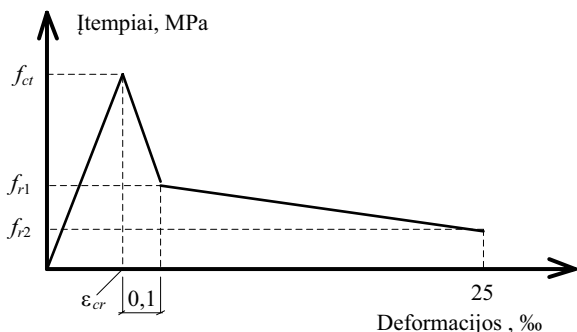
1 pav. Įtempių ir deformacijų priklausomybė (Naaman 2003)
Fig. 1. Stress-strain relationship according to (Naaman 2003)

Rilem metodo taikymas yra paremtas eksperimentiniais duomenimis, gautais atliekant standartinių sijų lenkimo bandymus pagal Rilem TC162-TDF grupės pasiūlytą metodą. Supleišėjusio dispersiškai armuoto tempiamojo betono liekamasis stipris šiuo metodu (žr. 2 pav.) nustatomas naudojant du charakteringus taškus, apskaičiuojamus esant tam tikriems sijos plyšio pločiams arba įlinkių reikšmėms:

$$f_{r1} = 0,675 \cdot k \cdot \frac{P_1 \cdot L}{b \cdot h_{sp}^2}; \quad (2)$$

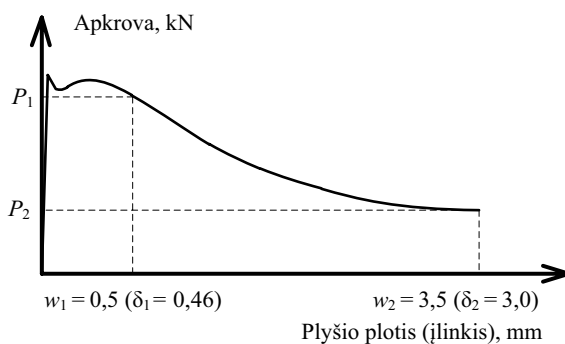
$$f_{r2} = 0,555 \cdot k \cdot \frac{P_2 \cdot L}{b \cdot h_{sp}^2}; \quad (3)$$

čia k – elemento mastelio faktorius, priklausantis nuo bandinio matmenų; P_1 ir P_2 – apkrovos, plyšio pločiams pasiekus atitinkamai $w_1 = 0,5$ mm ir $w_2 = 3,5$ mm arba įlinkiams $\delta_1 = 0,46$ mm ir $\delta_2 = 3,0$ mm (žr. 3 pav.); L – bandinio ilgis; b – elemento plotis; h_{sp} – bandinio aukštis ties įpjova.



2 pav. Įtempių ir deformacijų priklausomybė (Rilem TC162-TDF 2003)

Fig. 2. Stress-strain relationship according to (Rilem TC162-TDF 2003)



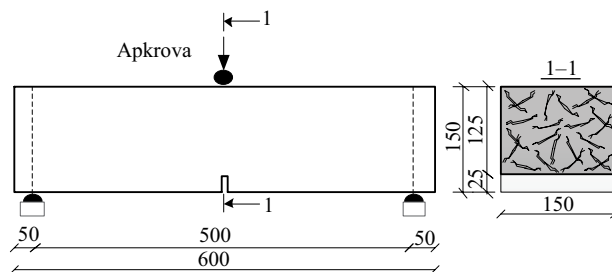
3 pav. Siūlomos plyšio pločių (įlinkių) reikšmės liekamiesiems įtempiams nustatyti (Rilem TC162-TDF)

Fig. 3. The values of crack width (deflection) for determining residual stress (Rilem TC162-TDF)

Eksperimentiniai tyrimai

Atliekant eksperimentinius tyrimus išbandytos dvi dispersiškai armuotų betoninių sijų serijos, armuotos 0,5 ir 1,0 % plieno plaušu, skaičiuojant elemento tūriui. Visai dešimčiai sijų, kurių matmenys $150 \times 150 \times 600$ mm, armuoti naudotas apvalaus skerspjūvio plaušas lenktais galais, kurio ilgis $l_f = 50$ mm, skersmuo $b_f = 1$ mm.

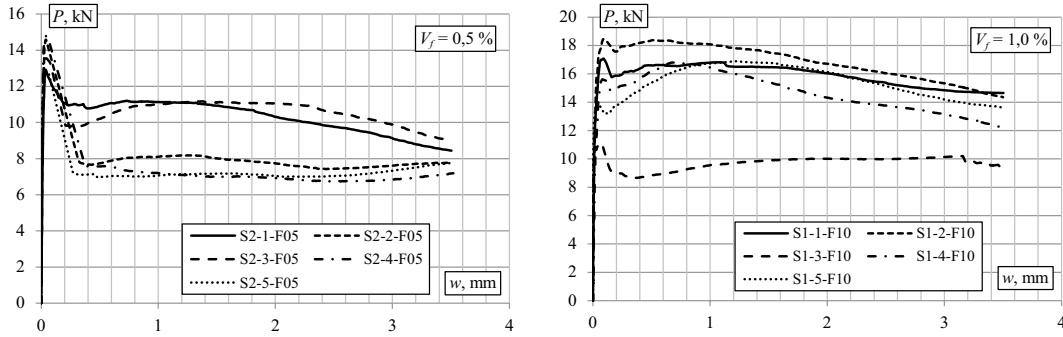
Gniuždomasis sijų stipris nustatytas bandant 150 mm kubelius 28 dieną po betonavimo. Gautos 43,1 ir 44,8 MPa gniuždomojo stiprio reikšmės sijoms, armuotoms atitinkamai 0,5 ir 1,0 % plieno plaušu. Plyšiams lokalizuoti kiekvieno bandinio viduryje, statmenai liejimo kryptčiai, padaroma 25 mm aukščio įpjova, ties kuria matuojamas atsiveriančio plyšio plotis. Lenkimo bandymams taikoma Rilem TC162-TDF aprašyta bandymo schema (žr. 4 pav.).



4 pav. Lenkimo bandymo schema

Fig. 4. Scheme for the experimental set-up of the beam

Visi vienos serijos bandiniai (iš to paties betono mišinio ir maišymo) buvo identiški ir eksperimentiškai išbandyti taikant tą pačią metodiką, tačiau supleišėjusių elementų elgsena žymiai skiriasi (žr. 5 pav.). Didelę rezultatų sklaidą lemia skirtingas plieno plaušo orientavimasis ir kiekis plyšio vėrimosi plokštumoje.



5 pav. Eksperimentinės apkrovos ir plyšio pločio priklausomybės

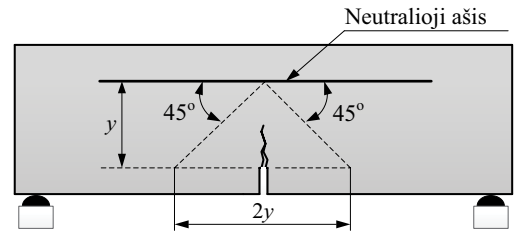
Fig. 5. Experimentally attained load-crack width relationship

Siūlomas liekamojo stiprio nustatymo metodas

Supleišėjusio dispersiškai armuoto betono liekamajam stipriui nustatyti darbo autoriai pasiūlė metodą, paremtą atvirkštinio uždavinio sprendimu, naudojant lenkiamų sijų bandymų rezultatus. Taikant šį metodą laikomasi prielaidos, kad plieno plaušu armuotas elementas, apkrautas koncentruota apkrova, deformuojasi ribose, tarp kurių atstumas lygus dviem neutraliosios ašies aukščiams (žr. 6 pav.) (Dupont 2003; Robins *et al.* 2001).

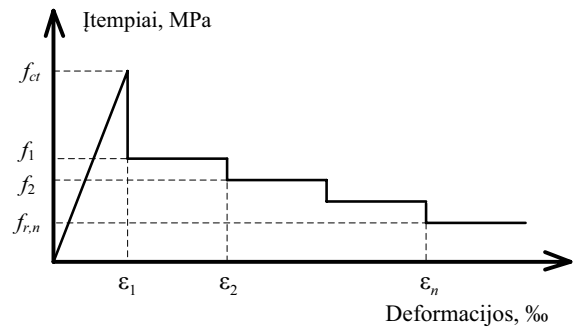
Apkraunant elementą neutraliosios ašies padėtis kinta, todėl atitinkamai keičiasi ir įtempių pasiskirstymas skerspjūvyje. Dėl šių priežasčių, skirtingai nei Rilem metodu, autorių siūlomu algoritmu liekamasis stipris nustatomas kiekvienu apkrovos žingsniu (žr. 7 pav.).

Taikant šį metodą pagrindiniai skaitinio modelio parametrai nustatomi iš jėgų ir lenkimo momentų statinės pusiausvyros lygčių: neutraliosios zonos aukštis – iš liekamojo stiprio išraiškos (žr. 4 formulę), liekamasis stipris – iš jėgų statinės pusiausvyros lygties (žr. 5 formulę). Nustatant liekamąjį stiprį antrojo ir tolesnių apkrovos žingsnių metu, tempiamojo betono stiprio įtaka itin sumažėja.



6 pav. Pasiūlyto metodo prielaidos

Fig. 6. Assumptions of the proposed method



7 pav. Autorių siūloma įtempių ir deformacijų priklausomybė
Fig. 7. Proposed stress-strain relationship according to the authors

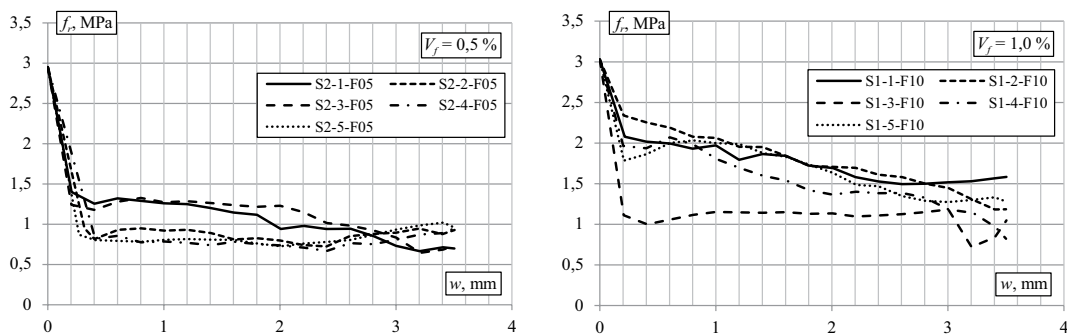
$$f_{r,n} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_n^2 \cdot E \cdot \left(\frac{h_{sp} - y_n}{y_n} \right)^2 - \frac{f_{ct}^2}{2 \cdot E} - \left(\varepsilon_1 - \frac{f_{ct}}{E} \right) \cdot f_1 - \sum_{i=3}^n (\varepsilon_{n-1} - \varepsilon_{n-2}) \cdot f_{r,n-1} =$$

$$\frac{\frac{P_n \cdot L \cdot \varepsilon_n^2}{4 \cdot b \cdot y_n^2} - \frac{\varepsilon_n^3 \cdot E}{3} \cdot \left(\frac{h_{sp} - y_n}{y_n} \right)^3 - \frac{f_{ct}^3}{3 \cdot E^2} - \left(\varepsilon_1 - \frac{f_{ct}}{E} \right) \cdot \frac{f_1}{2} \cdot \left(\frac{f_{ct}}{E} + \varepsilon_1 \right) - \sum_{i=3}^n (\varepsilon_{n-1} - \varepsilon_{n-2}) \cdot \frac{f_{r,n-1}}{2} \cdot (\varepsilon_{n-2} + \varepsilon_{n-1})}{\frac{\varepsilon_{n-1} + \varepsilon_n}{2}}; \quad (4)$$

$$\varepsilon_n \cdot E \cdot \frac{(h_{sp} - y_n)^2}{2 \cdot y_n} - \frac{f_{ct}^2 \cdot y_n}{2 \cdot E \cdot \varepsilon_n} - \frac{\left(\varepsilon_1 - \frac{f_{ct}}{E} \right) \cdot y_n \cdot f_1}{\varepsilon_n} - \frac{y_n}{\varepsilon_n} \cdot \sum_{i=2}^n (\varepsilon_n - \varepsilon_{n-1}) \cdot f_{r,n} = 0, \quad (5)$$

čia n – apkrovimo žingsnis; f_1 – liekamasis stipris 2 apkrovimo žingsniu; $f_{r,n}$ – liekamasis stipris; ε_n – elemento deformacijos; $\varepsilon_n = w_n / (2 \cdot y_n)$; w_n – atsiveriančio plyšio plotis; y_n – neutraliosios ašies aukštis; E – betono tamprumo

modulis; h_{sp} – elemento aukštis ties įpjova; f_{ct} – tempiamasis betono stipris; P_n – apkrova; L – elemento ilgis; b – elemento plotis.



8 pav. Liekamojo stiprio ir plyšio pločio priklausomybė, gauta autorių siūlomu metodu

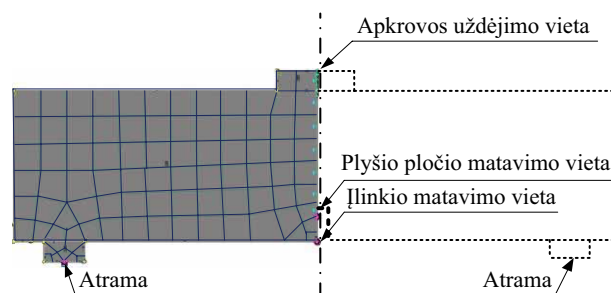
Fig. 8. Residual stress-crack width relationship determined according to the method proposed by the authors

Dėl šios priežasties gaunamos tikslesnės liekamojo stiprio reikšmės. Liekamojo stiprio ir plyšio pločio priklausomybės, taikant autorių siūlomą atvirakstinio uždavinio sprendimo algoritmą, pateiktos 8 pav.

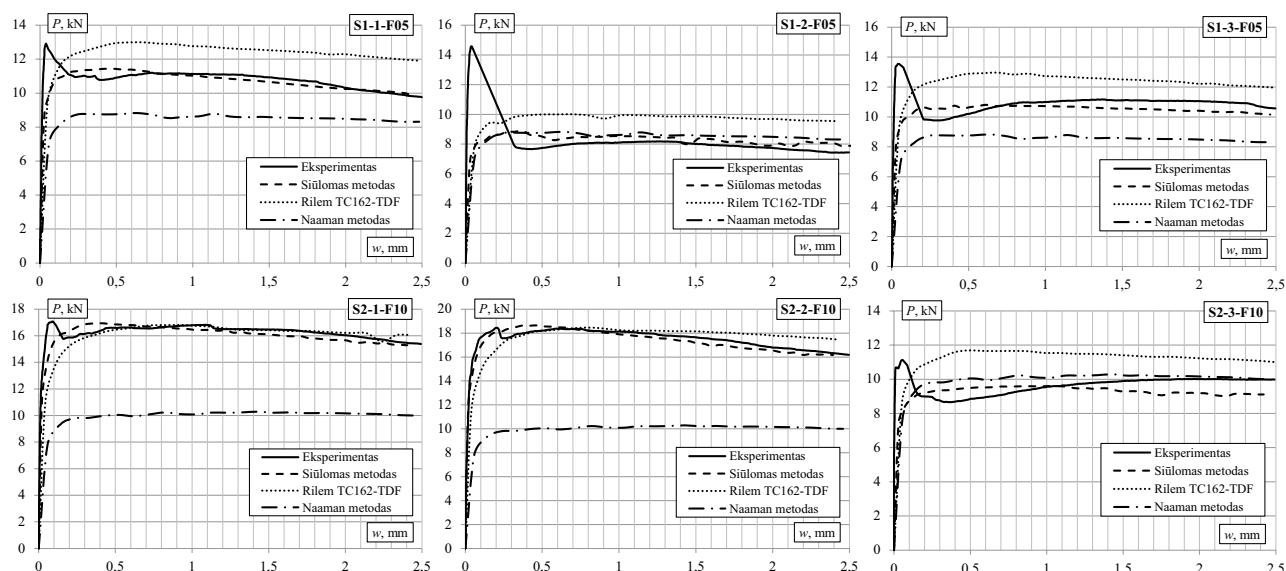
kiekvienų nagrinėtų liekamųjų įtempių atveju palygintos su eksperimentiniais rezultatais (žr. 10 pav.). Gautos maksimalios 10 % paklaidos taikant autorių pateiktą skaičiavimą, 25 % – Rilem modelį bei 35 % – Naaman modelį.

Liekamųjų įtempių lyginamoji analizė

Gautų liekamųjų įtempių rezultatų adekvatumui įvertinti naudojama baigtinių elementų programa *ATENA*. Norint supaprastinti modeliavimą nagrinėta tik pusė sijos (9 pav.). Modeliuojamos sijoms parenkamos tempiamojo betono diagramos su liekamųjų įtempių reikšmėmis, apskaičiuotomis trimis skirtingais metodais: autorių siūlomu algoritmu, Naaman empirine išraiška bei Rilem metodu. Programa *ATENA* gautos apkrovų ir plyšio pločio priklausomybės



9 pav. Eksperimentinės sijos modelis BE programoje *ATENA*
Fig. 9. A Model of an experimental beam using FE software *ATENA*



10 pav. Apkrovos ir plyšio pločio priklausomybių, gautų programa *ATENA*, palyginimas

Fig. 10. Comparison of load-crack width relationship obtained using software *ATENA*

Išvados

Šis tyrimas skirtas supleišėjusio tempiamojo dispersiškai armuoto betono analizei. Straipsnyje apžvelgti dažniausiai naudojami supleišėjusio plieno plaušu armuoto betono elgseną aprašantys metodai. Nustatyta, kad egzistuojantys liekamųjų įtempių nustatymo būdai leidžia apskaičiuoti tik vidutines ($\sigma_r = \text{const.}$) ar apytiksliai reikšmes, gautas interpoliuojant tarp dviejų charakteringų liekamųjų įtempių reikšmių. Laikant dispersiškai armuotą betoną vienalyte medžiaga ir taikant lenkimo viena koncentruota apkrova eksperimentinius duomenis, pasiūlytas paprastas būdas liekamiesiems įtempimams nustatyti.

Ekspimentinių tyrimų metu išbandyta 10 dispersiškai armuotų betoninių sijų, armuotų 0,5 % ir 1,0 % plieno plaušu pagal elemento tūrį. Atlikus sijų lenkimo viena koncentruota apkrova bandymus, gautas didelis (iki 45 %) tos pačios serijos eksperimentinių rezultatų išsisklaidymas. Tokiems skirtingiems rezultatams didžiausią įtaką turi plieno plaušo orientacija ir kiekis plyšio vėrimosi plokštumoje.

Naudojant BE programą *ATENA*, nagrinėtais metodais gautos apkrovos ir plyšio pločio priklausomybės palygintos su eksperimentiniais rezultatais. Siūlomo metodo paklaidos 3–4 kartus mažesnės, lyginant su Rilem ir Namman analitiniais metodais. Pateiktas liekamųjų įtempių nustatymo būdas leidžia tiksliau aprašyti ir įvertinti supleišėjusio dispersiškai armuoto tempiamojo betono elgseną.

Literatūra

- Campione, G. 2008. Simplified flexural response of steel fiber reinforced concrete beams, *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering* 20(4): 283–293. [http://dx.doi.org/10.1061/\(ASCE\)0899-1561\(2008\)20:4\(283\)](http://dx.doi.org/10.1061/(ASCE)0899-1561(2008)20:4(283))
- di Prisco, M.; Plizzari, G.; Vandewalle, L. 2009. Fibre reinforced concrete: new design perspectives, *Materials and Structures* 42: 1261–1281. <http://dx.doi.org/10.1617/s11527-009-9529-4>
- Dupont, D. 2003. *Modeling and experimental validation of the constitutive law (σ - ϵ) and cracking behaviour of steel fibre reinforced concrete*: Doctor dissertation, Catholic University of Leuven. 215 p.
- Jansson, A. 2011. *Effect of steel fibres on cracking of reinforced concrete*: Ph.D. thesis, Division of Structural Engineering, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden.
- Naaman, A. E. 2003. Engineered steel fibers with optimal properties for reinforcement of cement composites, *Journal of Advanced Concrete Technology* 1(3): 241–252. <http://dx.doi.org/10.3151/jact.1.241>
- Rilem TC162-TDF. 2000. Test and design methods for steel fiber reinforced concrete. Recommendations for bending test, *Materials and Structures* (Rilem) 33(225): 3–5.
- Rilem TC162-TDF. 2003. Test and design methods for steel fibre reinforced concrete— σ - ϵ design method final recommendation, *Materials and Structures* (Rilem) 36(262): 560–567. <http://dx.doi.org/10.1617/14007>
- Robins, P.; Austin, S.; Chandler, J. 2001. Flexural strain and crack width measurement of steel-fibre-reinforced concrete by optical grid and electrical gauge methods, *Cement & Concrete Research* 31(5): 719–729. [http://dx.doi.org/10.1016/S0008-8846\(01\)00465-3](http://dx.doi.org/10.1016/S0008-8846(01)00465-3)
- Vandewalle, L. 2000. Cracking behaviour of concrete beams reinforced with a combination of ordinary reinforcement and steel fibers, *Materials and Structures* 33: 164–170. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02479410>

DETERMINING THE RESIDUAL STRENGTH OF SFRC FLEXURAL MEMBERS

A. Meškėnas, A. Rimkus

Abstract

The application of steel fibre reinforced concrete (SFRC) is constantly increasing. However, due to the absence of universally accepted guidelines for SFRC, the application fields of this material are still limited. Post-cracking load carrying capacity is a property of concrete most benefited by steel fibre reinforcement, usually designed by the residual strength of SFRC in tension, f_{fr} . However, the quantification of f_{fr} is one of the most critical issues. The research reported in this paper is dedicated to determining the residual strength of SFRC in tension. The experimental results of ten notched beams with the fibre content of 0.5% and 1.0% by volume subjected to a three-point loading scheme are presented. Considering SFRC as a homogeneous material, a mechanically sound method for the inverse analysis of SFRC was proposed. The adequacy of the calculated results was validated using experimental data on standard flexural specimens. Computational effectiveness was proved employing derived residual strength models into the nonlinear finite element analysis program.

Keywords: residual stresses, steel fibre reinforced concrete, flexural members, crack width.