

MOMENTŲ IR REAKCIJŲ MINIMIZAVIMAS ROSTVERKINIUOSE PAMATŲ SIJYNUOSE GENETINIŲ ALGORITMU

Rimantas Belevičius¹, Darius Mačiūnas², Dmitrij Šešok³

Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11, LT-10223 Vilnius, Lietuva
El. paštas: ¹rimantas.belevicius@vgtu.lt; ²darius.maciunas@vgtu.lt; ³dmitrij.sesok@vgtu.lt

Įteikta 2011 02 04; priimta 2011 04 21

Santrauka. Straipsnyje nagrinėjamas rostverkinių pamatų optimizavimas, siekiant kuo mažesnių reaktyvinių jėgų poliuose, esant duotajam polių skaičiui, ir kuo mažesnių absoliutinių dydžių lenkimo momentų sijyno jungiamosiose sijose. Optimizavimo uždavinio tikslo funkciją sudaro didžiausia visuose poliuose atraminė reakcija ir didžiausias absoliutinių dydžių lenkimo momentas jungiamosiose sijose. Abu dėmenys imami su tam tikrais svoriais. Momentai skaičiuojami trijuose kiekvienos sijos taškuose. Uždavinio projektavimo kintamieji yra polių padėties po jungiamosiomis sijomis. Optimizavimo uždavinys sprendžiamas genetiniu algoritmu, į kurio formulavimą įtraukiama išankstinė žinoma informacija apie uždavinį. Reakcijų ir momentų skaičiavimo uždavinys skaičiuojamas baigtinių elementų metodu. Ši programa jungiama prie optimizavimo algoritmo juodosios dėžės principu. Pateikiami nedidelės apimties sijyno skaitiniai pavyzdžiai. Tokie skaičiavimai galėtų būti kaip bandomieji detalesnio sijyno projektavimo sprendiniai.

Reikšminiai žodžiai: globalusis optimizavimas, genetiniai algoritmai, sijynų optimizavimas, baigtinių elementų metodas.

1. Įvadas

Optimizavimas yra neatsiejama inžinerinės praktikos dalis. Šiame straipsnyje nagrinėjama viena specifinė statybos inžinerijos optimizavimo uždavinių klasė – polių padėčių optimizavimas rostverkinių tipo pamatuose. Sijynai, kuriuos sudaro poliai ir jungiamosios sijos, yra populiariausios ir efektyviausios pamatų schemos, ypač kai statybos vyksta ant silpnų gruntų. Duotajai sijyno geometrinei schemai, apkrovai ir polių charakteristikoms tinkamiausias yra toks sijynas, kuris grindžiamas mažiausiu įmanomu polių skaičiumi ir kurio jungiamosios sijos yra mažiausio skerspjūvio. Apytikriai galima laikyti, kad pigiausios sijos bus tokios, kuriose kyla mažiausi (absoliutinių dydžių) lenkimo momentai. Matematiškai tokio sijyno projektavimo uždavinys yra globaliosios optimizacijos uždavinys, savo ruožtu sujungiantis du skirtingus optimizavimo uždavinius: sijyno optimizavimą, siekiant mažiausių atraminių reakcijų poliuose, ir sijyno optimizavimą, siekiant mažiausių absoliutinių dydžių len-

kimo momentų jungiamosiose sijose. Abiem atvejais uždavinių projektavimo kintamieji yra polių padėties po sijynu. Akivaizdu, kad galima spręsti abu šiuos uždavinius kartu taikant kompromisinę tikslo funkciją su parenkamais svoriais reakcijoms ir momentams minimizuoti.

Kartu abu šie uždaviniai, tačiau tik paskirai sijyno sijai, buvo spręsti ir anksčiau (Belevičius, Valentinavičius 2000; Belevičius *et al.* 2002; Belevičius, Valentinavičius 2001). Yra sėkmingai išspręsti viso sijyno optimalaus polių išdėstymo uždaviniai siekiant minimalios didžiausios reakcijos. Šiam uždaviniui teko daug dėmesio, nes matematiškai tai yra labai patrauklus uždavinys: kaip rodo praktika, uždavinys yra daugiaekstremis, labai jautrus projektavimo kintamųjų pokyčiams, o svarbiausia – jo globalusis sprendinys yra žinomas iš anksto: tam tereikia aktyviąją sijyno apkrovą padalyti iš polių skaičiaus, tačiau nėra žinomos tų polių padėties po sijynu. Sprendžiant uždavinį visada yra aiški gautojo sprendinio kokybė.

Kaip ir visi globaliosios optimizacijos uždaviniai, šiai problemai spręsti reikia didžiulių skaičiavimo išteklių (Čiegis *et al.* 2006). Parodyta, kad, deterministiniai globaliosios optimizacijos algoritmais skaičiuojant net ir lygiagrečiaisiais kompiuteriais, idealaus sprendinio nepavyksta gauti ir nesudėtingam 10 polių sijynui. Inžinerinei praktikai parankesni stochastiniai optimizavimo algoritmai, negarantuojantys globalaus sprendinio, tačiau surandantys racionalų sprendinį taip pat ir gerokai didesnės apimties uždaviniams (Belevičius *et al.* 2011). Parodyta, kad iš kelių tyrinėtų stochastinių algoritmų pranašiausi yra genetiniai algoritmai (Goldberg 1989) ir atkaitinimo modeliavimo algoritmas (angl. *Simulated Annealing*, SA (Groenwold, Hindley 2002)). Didžiausias uždavinys, kuriam pavyko gauti artimą (inžineriniu tikslumu) globaliajam sprendinį, yra 55 polių sijynas, tačiau tam būtini GRID skaičiavimai (Šešok *et al.* 2010a) arba didelio našumo skaičiavimo sistemos (Šešok *et al.* 2010b). Tačiau ir PK klasteryje VILKAS (VGTU) sprendinys pasiektas tik per ~50 val. Šis klasteris sudarytas iš 18 sujungtų PK, kurių techninės charakteristikos yra šios: Intel® Core2Quad Q6600 2,40 GHz CPU, 2×2 GB DDR2 800 RAM, 300 GB HDD, Gigabit Ethernet NIC. Visais atvejais uždavinio sprendimą labai pagreitina tipinių optimizavimo algoritmų modifikavimas, į uždavinio formulavimą įtraukiant visą iš anksto apie uždavinį žinomą informaciją.

Sijynų optimizavimo uždaviniai vienaip ar kitaip nagrinėti ir užsienio mokslininkų. Kim *et al.* (2001) minimizavo polių nuosėdžius po pamatų plokštėmis. Tai leido tam tikrais metodais sumažinti uždavinio projektavimo kintamųjų skaičių. Chan *et al.* (2009) sujungė sijyno polių išdėstymo topologijos optimizavimo uždavinį su pačių polių dimensionavimo uždaviniu, tačiau vėlgi drastiškai mažinamas projektavimo kintamųjų skaičius, polius sujungiant į kelias vienodų charakteristikų grupes.

Šiame straipsnyje nagrinėjame uždavinį, jokie suvaržymai polių padėtimis nenaudojami (išskyrus kelis technologinius apribojimus; žr. tolesnį skyrių). Deja, bendrajam momentų ir reakcijų minimizavimo uždaviniui globaliojo sprendinio gauti iš anksto neįmanoma jokiai tikslo funkcijos svorių deriniui. Todėl čia apsiribojama nedideliu 10 polių sijynu ir sugretinami keli gautieji sprendiniai, esant nuliniam momentų svoriui, nuliniam reakcijų svoriui ir keliems nenuliniams abiem svoriams. Optimizavimo uždavinys sprendžia-

mas originaliu genetiniu algoritmu, tiesioginis analizės uždavinys – reakcijų ir momentų nustatymo – baigtinių elementų metodu (BEM), originalia programa.

Siūloma optimizavimo technologija galėtų būti naudinga kaip bandomoji sijynų projektavimo priemonė tolesniam, jau tikslesniam sijyno dimensionavimui (tuo labiau, kad stochastiniai optimizavimo algoritmai pateikia kelias alternatyvias polių išdėstymo schemas, kurių tikslo funkcijos vertės skiriasi nedaug – projektuotojas galėtų rinktis jam tinkamą išdėstymo variantą).

2. Idealizavimai ir duomenys

Analizuojant sijyną BEMu, poliai idealizuojami spyruoklinėmis atramomis, o polius jungiančios sijos – lenkiamojo strypo baigtiniais elementais. Tarp dviejų atramų naudojamas vienas strypo elementas. Vienu elementu idealizuojama ir gembinė (jei tokių yra) sijyno sija. Laikoma, kad polių laikomoji galia ir jungiamųjų sijų charakteristikos yra žinomos prieš optimizuojant. Išsprendus optimizavimo uždavinį, atsižvelgiant į sumažintas lenkimo momentų vertes, sijas galima perprojektuoti.

Dėl techninių priežasčių sijynuose poliai paprastai įrengiami sijyno kampuose. Tokia galimybė įrengti vadinamąsias „nejudamas atramas“, negalinčias keisti savo pozicijų ir todėl nedalyvaujančias optimizavimo procese, programose yra numatyta. Šio straipsnio skaitiniuose pavyzdžiuose tokių atramų nėra, nes jų buvimas matematiškai (matyt) neleistų gauti globalaus sprendinio. Kai kurie kiti techniniai ribojimai, pavyzdžiui, minimalus galimas atstumas tarp gretutinių polių (dėl poliakalės darbo specifikos) taip pat gali trukdyti surasti idealią schemą.

Pradiniai sijyno optimizavimo duomenys yra šie:

- geometrinė jungiančiųjų sijų schema;
- sijų skerspjūvių duomenys (plotas, inercijos momentai);
- sijų medžiagos duomenys (vienos sijos medžiaga laikoma izotropine);
- nejudamų atramų pozicijos (jeigu tokių yra);
- didžiausia leistinoji reakcijos jėga, galinti kilti bet kuriame iš polių;
- mažiausias galimas atstumas tarp gretimų polių;
- poliaus vertikalusis standis ir du lenkiamieji standžiai: išilgai sijos, po kuria yra polis, ir statmena kryptimi;
- apkrovų duomenys. Aktyviosios jėgos gali būti pateiktos sutelktųjų apkrovų ir lenkimo momen-

tų bet kuriame sijos taške pavidalu arba išskirstytų trapecinių apkrovų bet kurioje sijos dalyje pavidalu.

Sprendimo rezultatas – reikalingas polių skaičius, polių padėtys ir atraminės reakcijos juose bei lenkimo momentai jungiamosiose sijose.

Iš visų šių duomenų sunkiausiai įvertinami polių standžiai. Kaip parodyta (Belevičius, Valentinavičius 2001), begaliniai standžiai yra visiškai netinkamas idealizavimas. Kadangi tipiniai vertikalieji polių nuosėdžiai projektuotojams žinomi, akivaizdi procedūra apytiksliams standžiams gauti būtų nustatyti vertikalųjį standį iš vienmatės spyruoklės deformavimo uždavinio.

3. Matematinė formuluotė

Optimizavimo uždavinys formuluojamas taip:

$$\min_{x \in D} P(x), \quad (1)$$

čia tikslo funkcija P yra

$$P(x) = \max_{1 \leq i \leq N_a} |R_i| \cdot w_r + \max_{1 \leq j \leq 3N_e} |M_j| \cdot w_m. \quad (2)$$

Galima struktūros konfigūracija D nusakoma sijyno geometrine schema, konkrečių atramų tipu, duotu įvairių skerspjūvių skaičiumi bei skirtingų sijų medžiagų planu. x žymi projektavimo kintamuosius. R_i yra reakcijos jėga i -tojoje atramoje, M_j – lenkimo momentas sijyno sijų j -ajame taške. N_a yra atramų skaičius, o $3N_e$ yra sijyno sijų taškų, kuriuose skaičiuojami lenkimo momentai, skaičius; čia N_e yra strypų elementų skaičius. Vieno baigtinio elemento momentai skaičiuojami pradiniam, viduriniame ir galiniame strypo taškuose.

Optimizavimo proceso metu poliai gali judėti tik išilgai jungiamųjų sijyno sijų. Šis apribojimas realizuojamas tokiu būdu: dvimatis sijynas matematiškai transformuojamas į vienmatę tiesę, išilgai kurios leidžiama laisvai judėti atramoms. Optimizavimo programa teikia atramų pasiskirstymo schemą šioje vienmatėje erdvėje, o atgalinė transformacija vėliau grąžina atramų pozicijas į realų sijyną.

Baigtinių elementų programa, kuria remiantis sprendžiamas tiesioginis didžiausios reakcijos jėgos sijyne uždavinys, jungiama prie optimizavimo programos kaip juodoji dėžė. Priklausomai nuo juodosios dėžės atsako, optimizavimo programa numato kitą polių pasiskirstymą.

Tokioje formuluotėje vienas projektavimo kintamasis atitinka vieną atramos koordinatę vienmatėje

struktūroje. Apribojimus projektavimo kintamiesiems galima užrašyti taip:

$$0 \leq x_i \leq L, \quad i = 1, 2, \dots, N_a, \quad (3)$$

čia: x_i – i -tosios atramos koordinatė vienmatėje struktūroje; L – bendras visų sijyno sijų ilgis.

Kadangi visų globaliojo optimizavimo uždavinių ribojamasis veiksnys yra skaičiavimo trukmė, tiesioginis analizės uždavinys sprendžiamas originalia, uždavinio savitumus įvertinančia ir todėl greita FORTRANo programa su specialiais baigtinių elementų tinklo generavimo priešprocesoriais. Taikant bet kurį komercinį BEM paketą, pernelyg daug laiko prarandama kviečiant išorinę programą iš valdymo programos.

Lenkiamųjų strypų elementai turi du mazgus su šešis laisvės laipsniais kiekviename mazge. Šio elemento standumo matrica (pvz., Spyraikos, Raftoyiannis 1997) pateikta toliau:

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{12}]^T & [K_{22}] \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$[K_{11}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EI_z}{L^3} & & & & \frac{6 EI_z}{L^2} \\ & & \frac{12 EI_y}{L^3} & & -\frac{6 EI_y}{L^2} & \\ 0 & & & \frac{GJ}{L} & & \\ 0 & & -\frac{6 EI_y}{L^2} & & \frac{4 EI_y}{L} & \\ 0 & \frac{6 EI_z}{L^2} & & & & \frac{4 EI_z}{L} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$[K_{12}] = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12 EI_z}{L^3} & & & & \frac{6 EI_z}{L^2} \\ & & -\frac{12 EI_y}{L^3} & & -\frac{6 EI_y}{L^2} & \\ 0 & & & \frac{GJ}{L} & & \\ 0 & & \frac{6 EI_y}{L^2} & & \frac{2 EI_y}{L} & \\ 0 & -\frac{6 EI_z}{L^2} & & & & \frac{2 EI_z}{L} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

čia: E – tamprumo modulis; A – sijos skerspjūvio plotas; J, I_z, I_y – skerspjūvio inercijos momentai. Submatrica $[K_{22}]$ sutampa su $[K_{11}]$, bet nediagonalieji nariai yra priešingų ženklų.

Pagrindinė statikos lygtis yra ši:

$$[K]^{-a} \{u\}^a = \{F\}^a, \quad (7)$$

čia indeksas a žymi baigtinių elementų ansamblį (formulėse toliau neberodomas), $\{u\}$ yra mazgų poslinkiai, o $\{F\}$ – aktyviosios jėgos. Polių reakcijos jėgos apskaičiuojamos radus mazgų poslinkius taip:

$$R_i = \sum_j [K_{ij}] u_j. \quad (8)$$

Lenkimo momentai skaičiuojami trijuose kiekvieno strypo taškuose priklausomai nuo strypo kreivių:

$$M = EI_z \kappa, \quad (9)$$

$$\kappa = -\frac{d^2}{dx^2} \left(\sum_i N_i u_i \right), \quad (10)$$

čia: N_i yra Ermito antrosios eilės interpoliacinės funkcijos (pvz., Barauskas *et al.* 2004), o u_i yra i -tasis elemento mazginis poslinkis. Kadangi (10) figūruoja lokalioji strypo elemento koordinatė, momentus galima suskaičiuoti bet kuriame norime strypo taške.

4. GA bendrajam momentų ir reakcijų minimizavimo uždaviniui

Optimizavimo uždaviniui spręsti naudojama klasikinė GA schema (Goldberg 1989), į kurią įeina tokie etapai:

- pradinės individų populiacijos generavimas;
- atranka;
- kryžminimas;
- mutacija.

Algoritmo pradžioje formuojamas individas; jis yra visas pamatų sijynas su tam tikru būdu atsitiktinai parinktomis atramų pozicijomis abstrakčioje vienmatėje sijoje. Individui užkoduoti naudojami ne bitai, kaip klasikinėje GA schemeje, bet realūs skaičiai. Vienas skaičius atitinka vieno poliaus koordinatės reikšmę vienmatėje sijoje. Pavyzdžiui, jei 61 m bendro sijų ilgio sijyne yra penki poliai, jis gali būti užkoduotas atsitiktiniais skaičiais iš intervalo [0; 61] kad ir taip:

40,125 56,587 1,214 12,145 18,981

Kaip rodo praktika, algoritmo konvergavimą labai paspartina visos iš anksto žinomos informacijos įvertinimas. Apkrova į sijyną statiniuose dažniausiai yra

išskirstytų slėgių pavidalo, tad atramos turėtų būti išsklaidytos po visu sijynu. Generuojant pradines polių koordinates, tai įvertinama naudojant minimalų būtiną atstumą, kuris empiriškai gaunamas pusę sijyno sijų ilgio dalijant iš atramų skaičiaus. Jei generuojant individą dviejų polių pozicijos suartėja labiau, toks individas brokuojamas ir į pradinę populiaciją neįtraukiamas.

Po to, kai suformuota pradinė populiacija, N kartų formuojama nauja populiacija. Naujos populiacijos formavimas apima tris stadijas: atranką, kryžminimą ir mutaciją. Atranka naudojamame algoritme vykdoma ruletės principu (Goldberg 1989): geresni individai į kitą populiaciją atrenkami su didesne tikimybe, bet kartu, tik su mažesne tikimybe, į kitą populiaciją turi šansą patekti ir blogesni individai. „Blogų“ genų išsaugojimas leidžia išvengti pernelyg ankstyvo konvergavimo į lokalų optimumą.

Kryžminimo operacijoje naudojamas paprastas vieno taško kryžminimas. Pavyzdžiui, turime du kryžminti atrinktus individus:

40,125 56,587 1,214 12,145 18,981
60,824 2,567 15,824 24,832 50,415

Atsitiktinai sugeneruojama kryžminimo pozicija, kuri yra sveikasis skaičius iš intervalo [1; $N_a - 1$]. Pavyzdžiui, sugeneravus kryžminimo poziciją 3:

40,125 56,587 1,214 | 12,145 18,981
60,824 2,567 15,824 | 24,832 50,415

po kryžminimo operacijos bus gauti tokie individai:

40,125 56,587 1,214 24,832 50,415
60,824 2,567 15,824 12,145 18,981

Kryžminimo operacija vykdoma su tikimybe $p_{crossover}$. Jei pagal šią tikimybę gaunama, kad kryžminimo operacija neturi būti vykdoma, individai be pakeitimų perduodami į mutacijos stadiją.

Mutacijos operacija vykdoma su tikimybe $p_{mutation}$ ir taikoma kiekvienai koordinatei atskirai. Tuo atveju, kai koordinatė mutuoja, jos reikšmė keičiasi pagal formulę:

$$X_{new} = X_{old} + 0,5 - x_{ats}, \quad (11)$$

čia: X_{new} – reikšmė po mutacijos; X_{old} – reikšmė iki mutacijos; x_{ats} – atsitiktinis skaičius iš intervalo [0,0; 1,0). Tarkime, iki mutacijos koordinatės reikšmė buvo 50,653 ir sugeneruotas $x_{ats} = 0,874$. Tuomet nauja reikšmė bus 50,279.

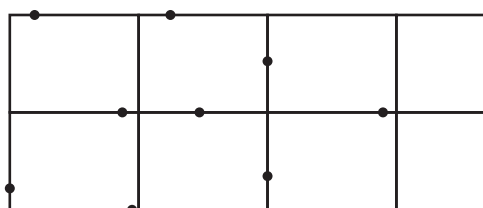
Jeigu po kryžminimo arba mutacijos pažeidžiamas minimalaus atstumo reikalavimas, tokiam individui suskaičiuojama bauda, t. y. gauta tikslo funkcijos reikšmė dirbtinai padidinama. Individas iš esamos populiacijos neeliminuojamas, bet į kitą populiaciją gali būti atrinktas su labai maža tikimybe.

Algoritmo darbas nutraukiamas sugeneravus iš anksto pasirinktą populiacijų skaičių. GA paprastai būdingas spartus konvergavimas pradinėje sprendimo fazėje ir lėtas nemonotoninis konvergavimas į lokalių (galbūt ir globalų) sprendinį po tam tikro generacijų skaičiaus. Per visą generacijų istoriją gautas geriausias sprendinys laikomas uždavinio sprendiniu. GA yra stochastiniai algoritmai, todėl uždavinį skaičiuoti būtina kelis kartus. Būtina prie uždavinio priderinti genetinius algoritmo parametrus: generacijų skaičių, kryžminimo ir mutacijos tikimybes; apibrėžti genetinius operatorius. Dažnai tokie atsitiktiniai skaičiavimai su parinktais optimaliais genetiniais parametrais teikia artimus sprendinius, atitinkančius visai skirtingas polių išdėstymo topologijas. Tai gali būti naudinga inžinerinėje praktikoje, nes projektuotojas gali pasirinkti tinkamą sprendinį (t. y. konkrečią polių išdėstymo topologiją) iš aibės sprendinių su skirtingomis topologijomis, bet su artimomis tikslo funkcijos reikšmėmis.

5. Skaitiniai pavyzdžiai

Algoritmo veikimas demonstruojamas kartotinai sprendžiant uždavinį, kurio atraminių reakcijų minimizavimo globalūs sprendiniai jau yra gauti (Belevičius et al. 2011). Tai nesudėtingas 10-ies polių sijynas, kurio polių išdėstymo schema reakcijų minimizavimo lokaliajam sprendiniui su $R_{\max} = 190,35$ parodyta 1 pav. Visų sijų sijyno bendras ilgis yra 75,0 (čia ir toliau laikoma, kad uždavinio duomenų dimensijos yra abstrakčios), o globalusis sprendinys reakcijoms yra 183,7656.

Reakcijų minimizavimo uždavinys. Tikslo funkcijoje (2) svoris $w_m = 0$. Eksperimentiškai parinktos tokios genetinių parametrų vertės: populiacijos dydis – 20 individų, kryžminimo ir mutacijos tikimybės – atitinkamai 80 proc. ir 20 proc., generacijų skaičius – 100. Uždavinys paprastai konverguoja per ~70 generacijų, taigi 100 populiacijų generavimas leidžia užtikrintai teigti, kad geresnio sprendinio konkrečiu atveju gauti nebepavyks. Uždavinys iš viso skaičiuotas 30 kartų. Matyti, kad toks nepriklausomų skaitinių eksperimentų skaičius yra pakankamas racionaliam



1 pav. Polių išdėstymo schema reakcijų minimizavimo uždaviniui

Fig. 1. Pole distribution scheme for task of reactive forces minimization

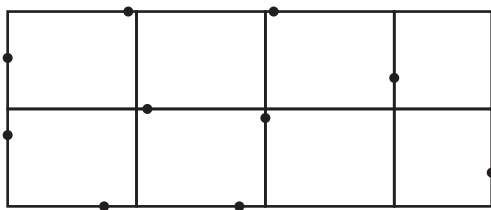
sprendiniui gauti. Visi išrūšiuoti sprendiniai pateikti 1 lentelėje. Geriausias sprendinys paryškintas, o jį atitinkantis polių išdėstymas parodytas 1 pav. Didžiausias absoliutiniu dydžiu lenkimo momentas tokioje schemoje yra 119,24. Vienas nepriklausomas atsitiktinis eksperimentas (100 generacijų) užima apie 356 sek. (PC Intel(R) Xeon(R) 2,49 GHz8,00GB RAM).

Momentų minimizavimo uždavinys. Tikslo funkcijoje (2) svoris $w_r = 0$. Eksperimentiškai parinktos tokios genetinių parametrų vertės: populiacijos dydis – 30 individų, kryžminimo ir mutacijos tikimybės – atitinkamai 60 proc. ir 20 proc., generacijų skaičius – 100. Uždavinys paprastai konverguoja per ~60 generacijų.

1 lentelė. Reakcijų minimizavimo uždavinio 10 polių sijynui rezultatai

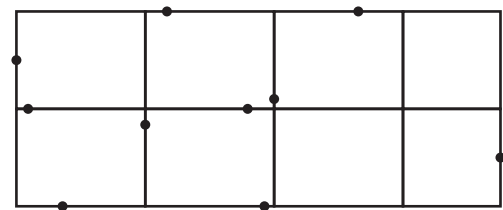
Table 1. Results for task of reactive forces minimization for 10 pole grillage

Eksperimento Nr.	Tikslo funkcija	Eksperimento Nr.	Tikslo funkcija
1	190,35	16	197,34
2	190,57	17	197,71
3	191,16	18	197,82
4	192,49	19	198,06
5	192,56	20	198,66
6	192,70	21	198,76
7	193,51	22	199,13
8	194,11	23	200,00
9	194,49	24	200,48
10	194,91	25	200,50
11	195,34	26	201,58
12	196,54	27	201,78
13	196,69	28	202,68
14	197,27	29	204,79
15	197,33	30	205,67



2 pav. Polių išdėstymo schema momentų minimizavimo uždaviniui

Fig. 2. Pole distribution scheme for task of moments minimization



3 pav. Polių išdėstymo schema reakcijų ir momentų minimizavimo uždaviniui

Fig. 3. Pole distribution scheme for task of reactive forces–moments minimization

Uždavinys iš viso skaičiuotas taip pat 30 kartų. Visi išrūšiuoti sprendiniai pateikti 2 lentelėje; geriausias sprendinys paryškintas, o jį atitinkantis polių išdėstymas parodytas 2 pav.

Palyginti su pirmuoju pavyzdžiu, didžiausias absoliutiniu dydžiu lenkimo momentas mažėja nuo 119,24 iki 63,70, tačiau didžiausia atraminė reakcija išauga nuo 190,35 iki 301,51. Vienas nepriklausomas atsitiktinis eksperimentas (100 generacijų) užima apie 504 sek. (PC Intel(R) Xeon(R) 2,49 GHz 8,00 GB RAM).

Bendrasis reakcijų ir momentų minimizavimo uždavinys. Tikslų funkcijoje (2) abu svoriai $w_r = w_m = 0,5$. Eksperimentiškai parinktos tokios genetiškai para-

metrų vertės: populiacijos dydis – 30 individų, kryžminimo ir mutacijos tikimybės – atitinkamai 50 proc. ir 20 proc., generacijų skaičius – 100. Uždavinys paprastai konverguoja per ~70 generacijų. Uždavinys iš viso skaičiuotas 30 kartų. Visi išrūšiuoti sprendiniai pateikti 3 lentelėje. Geriausias sprendinys paryškintas, o jį atitinkantis polių išdėstymas parodytas 3 pav.

Šiame kompromisiniame uždavinyje didžiausia atraminė reakcija yra 197,65 (gauta jos geriausia reikšmė 190,35), o didžiausias lenkimo momentas – 84,98 (63,70). Vienas nepriklausomas atsitiktinis eksperimentas (100 generacijų) užima apie 504 sek. (PC Intel(R) Xeon(R) 2,49 GHz 8,00 GB RAM).

2 lentelė. Momentų minimizavimo uždavinio 10 polių sijynui rezultatai

Table 2. Results for task of moments minimization for 10 pole grillage

Eksperto Nr.	Tikslo funkcija	Eksperto Nr.	Tikslo funkcija
1	63,70	16	79,32
2	64,02	17	79,51
3	66,92	18	79,90
4	69,45	19	80,17
5	70,33	20	80,32
6	75,41	21	82,16
7	75,85	22	83,26
8	75,90	23	84,03
9	76,64	24	85,68
10	77,42	25	88,30
11	78,37	26	89,15
12	78,42	27	89,20
13	79,03	28	91,17
14	79,07	29	92,58
15	79,23	30	101,69

3 lentelė Reakcijų ir momentų minimizavimo uždavinio 10 polių sijynui rezultatai

Table 3. Results for task of reactive forces–moments minimization for 10 pole grillage

Eksperto Nr.	Tikslo funkcija	Eksperto Nr.	Tikslo funkcija
1	141,32	16	152,37
2	143,03	17	152,59
3	143,86	18	154,42
4	144,68	19	154,46
5	145,81	20	155,60
6	146,09	21	155,98
7	147,10	22	156,75
8	147,19	23	156,79
9	147,42	24	156,86
10	147,84	25	158,34
11	148,65	26	159,26
12	148,69	27	159,32
13	149,34	28	159,63
14	149,81	29	160,30
15	151,26	30	161,59

Kaip matyti iš pateiktų pavyzdžių, rezultatai labiausiai pasklidę yra grynai lenkimo momentų minimizavimo uždavinyje. Šiam uždaviniui reikėtų didesnio nepriklausomų eksperimentų skaičiaus nei minimizuojant reakcijas. Sprendžiant bet kurį uždavinį atlikus 30 nepriklausomų eksperimentų gaunami bent keli artimi, racionalūs sprendiniai.

6. Išvados

Siūloma skaičiavimo technologija su stochastiniais GA gali būti sėkmingai naudojama rostverkinių pamatų polių padėtimis nustatyti, esant mažiems sijynams, kaip bandomoji projektavimo priemonė. Taikant GA paprastai randami keli sprendiniai su artimomis tikslo funkcijos vertėmis, tačiau atitinkantys skirtingas polių išdėstymo schemas. Tai gali būti naudinga inžinerinėje praktikoje – projektuotojas gali rinktis jam priimtinesnę schemą. Toliau pasirinktą schemą reikėtų tirti detaliau.

Akivaizdus siūlomų algoritmų tobulinimo būdas – į uždavinio projektavimo kintamųjų komplektą įtraukti ir sijyno jungiamųjų sijų parametrus: geometrinius duomenis, homogenizuotas medžiagos charakteristikas ir pan., tuo būdu sujungiant optimizavimo ir dimensionavimo uždavinius.

Padėka

Autoriai dėkingi Lietuvos mokslo tarybai už paramą rengiant šį darbą (projekto sutarties numeris: MOS-10/2011).

Literatūra

- Barauskas, R.; Belevičius, R.; Kačianauskas, R. 2004. *Baigtinių elementų metodo pagrindai* [Finite element method framework]. Vilnius: Technika. 612 p.
- Belevičius, R.; Valentinavičius, S. 2000. Optimization of grillage-type foundations, *Statyba* [Civil Engineering] 6(4): 255–261.
- Belevičius, R.; Valentinavičius, S. 2001. Optimization of grillage-type foundations, in *Proc. of 2nd European ECCOMAS and IACM Conference “Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering”*. Cracow, Poland 26–29 June, 416–417. CD-ROM 2001.
- Belevičius, R.; Valentinavičius, S.; Michnevič, E. 2002. Multilevel optimization of grillages, *Journal of Civil Engineering and Management* 8(2): 98–103.
- Chan, C. M.; Zhang, L. M.; Ng, J. T. M. 2009. Optimization of pile groups using hybrid genetic algorithms, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering* 135(4): 497–505. doi:10.1061/(ASCE)1090-0241(2009)135:4(497)

Čiegis, R.; Baravykaitė, M.; Belevičius, R. 2004. Parallel global optimization of foundation schemes in civil engineering. Applied Parallel Computing, in *7th International Conference, PARA 2004*. Lyngby, Denmark 20–23 June, 2004: revised selected papers. Lecture Notes in Computer Science. Vol. 3732 (2006): 305–313.

Goldberg, D. E. 1989. *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*. New York: Addison-Wesley. 412 p.

Groenwold, A. A.; Hindley, M. P. 2002. Competing parallel algorithms in structural optimization, *Structural and Multidisciplinary Optimization* 24(5): 343–350. doi:10.1007/s00158-002-0246-7

Belevičius, R.; Ivanikovas, S.; Šešok, D.; Valentinavičius, S.; Žilinskas, J. 2011. Optimal placement of piles in real grillages: experimental comparison of optimization algorithms, *Informational Technology and Control* (spausdoje).

Kim, K. N.; Lee, S. -H.; Kim, K. -S.; Chung, C. -K.; Kim, M. M.; Lee, H. S. 2001. Optimal pile arrangement for minimizing differential settlements in piled raft foundations, *Computers and Geotechnics* 28(4): 235–253. doi:10.1016/S0266-352X(01)00002-7

Šešok, D.; Belevičius, R.; Kačeniauskas, A.; Mockus, J. 2010a. Application of GRID computing for optimization of grillages, *Mechanika* 2(82): 63–69.

Šešok, D.; Mockus, J.; Belevičius, R.; Kačeniauskas, A. 2010b. Global optimization of grillages using simulated annealing and high performance computing, *Journal of Civil Engineering and Management* 16(1): 95–101. doi:10.3846/jcem.2010.09

THE MINIMIZATION OF MOMENTS AND REACTIVE FORCES IN GRILLAGES WITH A GENETIC ALGORITHM

R. Belevičius, D. Mačiūnas, D. Šešok

Abstract. The aim of the article is to report a technology for the optimization of grillage-type foundations seeking for the least possible reactive forces in the piles for a given number of piles and in the absolute value of the bending moments when connecting beams of the grillage. Mathematically, this seems to be the global optimization problem possessing a large number of local minima points. Both goals can be achieved choosing appropriate pile positions under connecting beams; however, these two problems contradict to each other and lead to different schemes for pile placement. Therefore, we suggest using a compromise objective function (to be minimized) that consists of the largest reactive force arising in all piles and that occurring in the absolute value of the bending moment when connecting beams, both with the given weights. Bending moments are calculated at three points of each beam. The design parameters of the problem are positions of the piles. The feasible space of design parameters is determined by two constraints. First, during the optimization process, piles can move only along connecting beams. Therefore, the two-dimensional grillage is “unfolded” to the one-dimensional construct, and supports are allowed to range through this space freely. Second, the minimum allowable distance between two adjacent piles is introduced due to the specific capacities of a pile driver. Also, due to some considerations into the scheme of pile placement, the designer sometimes may introduce immovable supports (usually at the corners of the grillage) that do not participate in the optimization process and always retain their positions. However, such supports hinder to achieve a global solution to a problem and are not treated in this paper.

The initial data for the problem are as follows: a geometrical scheme of the grillage, the given number of piles, a cross-section and material data on connecting beams, the minimum possible distance between adjacent supports and loading data given in the form of concentrated loads or trapezoidal distributed loadings. The results of the solution are the required positions of piles. This solution can serve as a pilot project for more detailed design.

The entire optimization problem is solved in two steps. First, the grillage is transformed into the one-dimensional construct and the optimizer decides about a routine solution (i.e. the positions of piles in this construct). Second, backward transformation returns pile positions into the two-dimensional grillage and the “black-box” finite element program returns the corresponding objective function value. On the basis of this value, the optimizer predicts new positions of piles etc. The finite element program idealizes connecting beams as beam elements and piles – as mesh nodes of the finite element with a given boundary conditions in the form of vertical and rotational stiffness. Since the problem may have several tens of design parameters, the only choice for optimization algorithms is using stochastic optimization algorithms. In our case, we use the original elitist real-number genetic algorithm and launch the program sufficient number of times in order to exclude large scattering of results.

Three numerical examples are presented for the optimization of 10-pile grillage: when optimizing purely the largest reactive force, purely the largest in the absolute value of the bending moment and both parameters with equal weights.

Keywords: global optimization, genetic algorithms, optimization of grillages, finite element method.

Rimantas BELEVIČIUS. Dr Habil. Prof. at the Department of Engineering Mechanics, Vilnius Gediminas Technical University. Research interests: global optimization, finite element method.

Darius MAČIŪNAS. A PhD. student at the Department of Engineering Mechanics, Vilnius Gediminas Technical University. Research interests: global optimization, finite element method.

Dmitrij ŠEŠOK. Dr Assoc. Prof. at the Department of Engineering Mechanics. Research, Vilnius Gediminas Technical University. Research interests: application of stochastic optimization methods in engineering.